

Б.18

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

В.Н.Байер, В.А.Хозе

**излучение фотона при электромагнитной
аннигиляции тяжелых частиц**

НОВОСИБИРСК 1965

А н н о т а ц и я .

Показано, что в случае излучения фотона при электромагнитной аннигиляции пары частиц, в жесткой части спектра фотонов, излучаемых начальными частицами, имеется пик, появление которого приводит к тому, что жесткие фотоны излучаются в основном начальными частицами. Обсуждаются возможные применения этого явления.

V.N.BAYER and V.A.KHOSE

PHOTON EMISSION IN ELECTROMAGNETIC ANNIGILATION OF
HEAVY PARTICLES

A B S T R A C T

It is shown, that in case of photon emission in electromagnetic annihilation of pair of particles in hard part of photon spectrum there is a peak. In consequence of this Hard photons emit mainly by initial particles. Possible application of this event is discussed.

§ I. Введение.

В предыдущих работах [1,2] авторы в низшем приближении теории возмущений рассмотрели процесс излучения фотона при аннигиляции электрон-позитронной пары в пару других частиц. В случае взаимодействия точечных частиц получены точные формулы для интегрального сечения процесса.

В данной работе рассмотрены некоторые характерные черты процесса излучения фотона при аннигиляции пары фермионов в другую пару фермионов. Показано, что этот процесс обладает весьма важной особенностью — оказывается, что жесткие фотоны излучаются в основном начальными частицами. Указанная ситуация проще всего прослеживается на примере излучения при электромагнитной аннигиляции пары в Ц-системе. Хотя это явление имеет место всегда при электромагнитной аннигиляции пары, особый интерес представляет случай излучения при аннигиляции пары тяжелых частиц в электрон-позитронную пару. В самом деле, если в опытах по аннигиляции протон-антипротонной пары в пару лептонов [3], которые проводятся в настоящее время в ЦЕРН^е, изучать также процессы $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$, где фотон жесткий, то наряду с изучением стандартных формфакторов во времениподобной области передач импульса можно получить также информацию о диаграммах комптоновского типа в этой же области передач импульса, т.е. весьма существенные данные об электромагнитной структуре протона.

В § 2 процесс излучения фотона при электромагнитной аннигиляции пары фермионов исследуется в Ц-системе. Показано, что появление пика в сечении излучения начальными частицами может быть интерпретировано следующим образом: при двухквантовой аннигиляции пары начальных частиц один из фотонов конвертируется в электрон-позитронную пару. Вычислено интегральное сечение процесса. В § 3 то же явление рассмотрено в Л-системе. В § 4 обсуждается учет сильных взаимодействий для случая аннигиляции протон-антипротонной пары в пару электрон-позитрон.

§ 2. Излучение при аннигиляции пары фермионов в Ц-системе.

Рассмотрим излучение фотона при аннигиляции пары точечных фермионов в электрон-позитронную пару. Этот процесс описывается четырьмя диаграммами / рис. I / . Для процессов аннигиляции характерно наличие в сечении малого множителя $1/\Lambda^4$, где Λ — передача импульса / $\Lambda^2 = 4E^2$ в Ц-системе /. Величина $1/\Lambda^4$ входит как в сечение упругого процесса, так и в вклад диаграмм 3,4. Однако в случае излучения фотона начальными частицами положение качественно меняется — по мере роста энергии фотона величина передачи импульса падает и в пределе излучения жестких

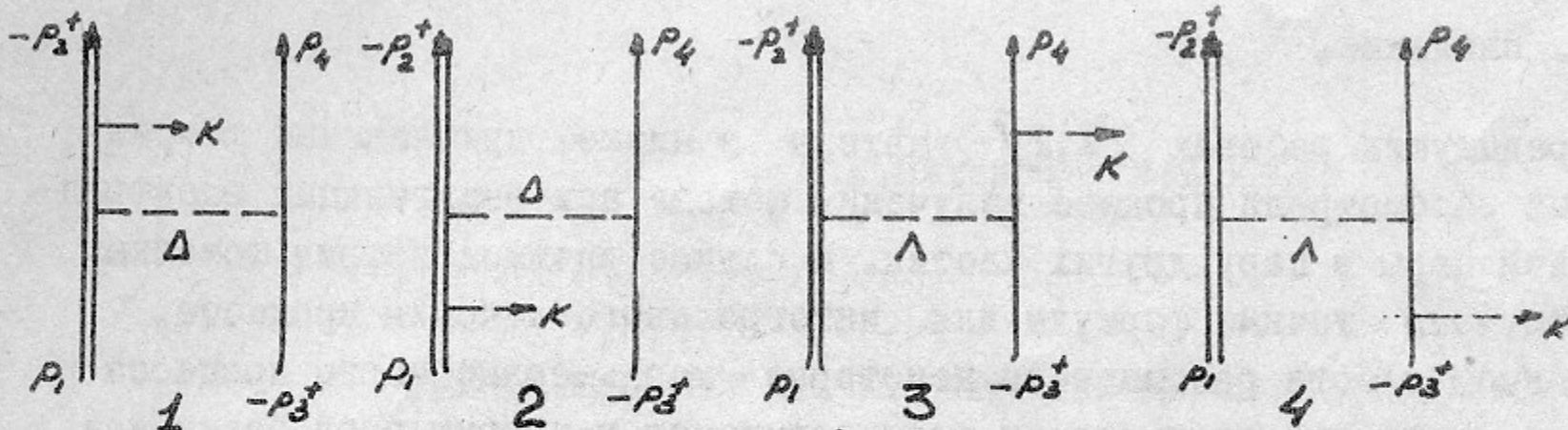


рис. 1

фотонов может стать весьма малой. Так, например, в Ц-системе начальных частиц

$$\omega_m = \frac{E^2 - \mu^2}{E}$$

/2.1/

при этом передача импульса

$$\Delta^2 = \Delta_{min}^2 = 4\mu^2$$

/2.2/

где μ - масса электрона.

Ясно, что по мере роста энергии фотона относительная величина вклада диаграмм 1, 2 будет возрастать. Очевидно, что эффект будет значительным, если энергия начальных частиц гораздо больше массы электрона. Особенно интересен случай, когда начальные частицы являются тяжелыми, например, протонами.

Указанную ситуацию особенно удобно проследить с помощью интегральных сечений процесса, вычисленных в работе [1], т.к. приведенные там выражения являются точными и могут быть непосредственно использованы. Следует только учесть, что теперь m - масса начальной частицы, а μ - масса конечного электрона.

Заметим прежде всего, что при $\Delta^2 = 4\mu^2$ как сечение излучения начальной частицей $d\sigma_i$, так и сечение излучения конечной частицей $d\sigma_f$ обращаются в нуль вследствие наличия кинематического фактора $\sqrt{\Delta^2 - 4\mu^2}$. Однако вблизи точки $\Delta^2 = 4\mu^2$ поведение этих сечений качественно различно: сечение $d\sigma_f$ плавно падает до нуля, а сечение $d\sigma_i$ имеет острый максимум при $\Delta^2 = 5,6\mu^2$ /см. рис.2 /.

Отношение сечения излучения начальной частицей к сечению излучения конечной в точке максимума^{х)}

$$\frac{d\sigma_i}{d\sigma_f} = \frac{4}{5} \frac{E^2}{\mu^2} \frac{(4-1)(1 + \frac{m^2}{E^2}) - \frac{m^4}{2E^2}}{(1 + \frac{m^2}{2E^2})}$$

-/2.3/

х) Здесь и ниже используются обозначения статьи [1]. Повсюду в статье предполагается, что $E \gg \mu$.

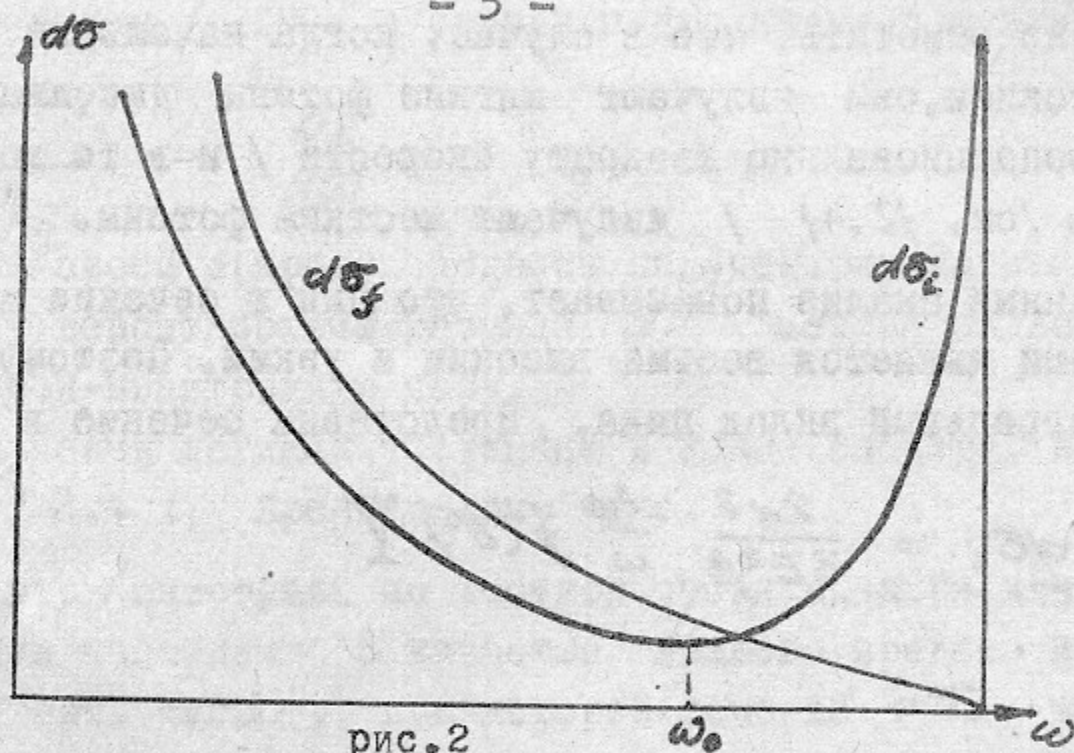


рис. 2

Особенно простой вид это соотношение имеет в предельных случаях:

$$\frac{d\sigma_i}{d\sigma_f}(E \gg m) = \frac{8}{5} \frac{E^2}{\mu^2} \ln \frac{2E}{m} ; \quad \frac{d\sigma_i}{d\sigma_f}(E \sim m) = \frac{8}{15} \frac{m^2}{\mu^2}$$

/2.4/

Из этих соотношений /см. также рис.2 / видно, что самые жесткие фотоны с огромным преимуществом излучаются начальными частицами, если их энергия / или масса / гораздо больше массы электрона.

Пик в сечении $d\sigma_i$ является ассиметричным и очень узким. С одной стороны он падает до нуля, когда Δ^2 изменяется в интервале $1,6\mu^2$, с другой стороны полуширина пика есть $9,5\mu^2$. Этот пик имеется, естественно, и в дифференциальном сечении излучения фотона начальными частицами, причем в случае, когда начальные частицы являются ультра-релятивистскими / $E \gg m$ /, то в сечении имеется еще дополнительный пик по направлению движения начальных частиц. Высота его в максимуме содержит дополнительный множитель $(E/m)^2$, если начальные частицы нерелятивистские / $E \sim m$ /, то этого дополнительного пика нет.

Отметим также, что сечение $d\sigma_i$ имеет минимум при $\Delta^2 \sim E^2$ / $\omega_0 = 0,6E$ при $E \gg m$, $\omega_0 = 0,8E$ при $E \sim m$ / вблизи этой области сечения $d\sigma_i$ и $d\sigma_f$ становятся одинаковыми.

В дальнейшем для определенности будем считать начальные частицы протонами.

Что же касается мягких фотонов, то они излучаются в основном легкими частицами, причем отношение сечений при $\omega \ll E$ есть:

$$\frac{d\sigma_i}{d\sigma_f}(E \gg m) = \frac{\ln(\frac{2E}{m})}{\ln(\frac{2E}{\mu})} ; \quad \frac{d\sigma_i}{d\sigma_f}(E \sim m) = \frac{2}{3} \frac{\beta^2}{\ln(\frac{2E}{\mu})}$$

/2.5 /

Интересно отметить, что в случае, когда начальные частицы являются нерелятивистскими, они излучают мягкие фотоны дипольным образом /сечение пропорционально квадрату скорости / и в то же время с большой вероятностью /см. /2,4/ / излучают жесткие фотоны.

Проведенный анализ показывает, что пик в сечении излучения начальными частицами является весьма высоким и узким. Поэтому интересно вычислить интегральный вклад пика. Представим сечение в виде:

$$d\sigma_i = \frac{2\alpha^3}{3E^2\beta} \frac{d\omega}{\omega} f(\Delta^2) Y \quad /2.6/$$

где функция

$$f(\Delta^2) = \frac{2\mu^2 + \Delta^2}{\Delta^4} \sqrt{\frac{\Delta^2 - 4\mu^2}{\Delta^2}} \quad /2.7/$$

быстро изменяется в районе пика, а

$$Y = (L-1)(\Delta^2 + 2\omega^2) + m^2 \left[L \left(\frac{2\omega}{E} - \frac{m^2}{E^2} \right) - 2 \right] \quad /2.8 /$$

в районе пика практически не меняется. Вычисляя с учетом этого интеграл по пику получаем:

$$\int_{\text{пик}} d\sigma_i = \frac{2\alpha^3}{3E^2} (L-1) \quad (E \gg m) \quad /2.9 /$$

Появление пика при малых значениях Δ^2 имеет простой физический смысл. В этом случае фотон и электрон-позитронная пара разлетаются в противоположные стороны, так что данный процесс близок к двухквантовой аннигиляции протон-антипротонной пары, в том случае когда один из фотонов конвертируется в электрон-позитронную пару. В районе пика угол между импульсами электрона и позитрона $\sim \mu/E$, а отношение $E_3/E_4 \sim 1$.

Отметим, что прямо из вывода формулы / 2.21 / статьи [1] видно, что процесс конверсии излученного фотона в электрон-позитронную пару, по конечным состояниям которой проведено интегрирование при данной передаче импульса паре Δ , описывается функцией / 2.7 /. Это утверждение не зависит от процесса, в котором излучается фотон.

Сравнение сечения / 2.9 / с сечением двухквантовой аннигиляции дает

$$\frac{\int_{\text{пику}} d\sigma_i}{\sigma_{2\gamma}} = \frac{4\alpha}{3\pi} \quad /2.10/$$

Этот результат по своей природе подобен полученному Далитцем [4] соотношению между вероятностями распада π^0 мезона на два фотона и на фотон и электрон-позитронную пару.

Сечение излучения легкими частицами в конце спектра, как это следует из формулы / 2.4 /, пренебрежимо мало.

Вычислим теперь интегралы по жесткой части спектра для излучения тяжелыми и легкими частицами. В качестве нижнего предела интегрирования естественно взять частоту, при которой сечение $d\sigma_i$ имеет минимум /рис. 2 / . Тогда

$$\int_{\omega_0}^{\omega_m} d\sigma_i = \frac{2\alpha^3}{3E^2} (L-1) \left\{ \ln \left[\frac{4E^2}{\mu^2} \left(\frac{E}{\omega_0} - 1 \right) \right] - \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4E^2}{\mu^2} \left(1 - \frac{\omega_0}{E} \right) \right] - \frac{4}{3} + \frac{\omega_0}{2E} \right\} \quad /2.11/$$

(E ≫ m)

Сравнивая формулы /2.11/ и /2.10 / легко видеть, что интегральное сечение по широкой области /область интегрирования $\omega_m - \omega_0 \sim E$ / превосходит интеграл по пику / область интегрирования $\omega_m - \omega_H \sim \mu \left(\frac{\mu}{E} \right)$ / только на логарифмический фактор.

Интересно сравнить интегральные сечения излучения тяжелыми и легкими частицами по жесткой части спектра /например, от ω_0 до ω_m / . Для этого проведем вычисление интегрального вклада излучения легкими частицами

$$\int_{\omega_0}^{\omega_m} d\sigma_f = \frac{\alpha^3}{6E^2} \left\{ 4 \ln \frac{E}{\omega_0} \left[\ln \frac{4E^2}{\mu^2} - 1 \right] - \left(3 - 4 \frac{\omega_0}{E} + \frac{\omega_0^2}{E^2} \right) \ln \left[\frac{4E^2}{\mu^2} \left(1 - \frac{\omega_0}{E} \right) \right] + \right. \quad /2.12/$$

$$\left. + 4 F \left(\frac{\omega_0}{E - \omega_0} \right) - 2 \ln^2 \left(1 - \frac{\omega_0}{E} \right) - \frac{2}{3} \pi^2 + \frac{\pi}{2} - 7 \frac{\omega_0}{E} + \frac{3\omega_0^2}{2E^2} \right\} \quad (E \gg m)$$

здесь

$$F(x) = \int_0^x \frac{\ln(1+y)}{y} dy \quad /2.13/$$

Можно показать, что при вычислении этого интеграла по широкой части спектра можно в подинтегральном выражении всюду разлагать $\sqrt{\frac{\Delta^2 - 4\mu^2}{\Delta^2}}$ по степеням μ^2/Δ^2 , при этом отброшенные члены имеют порядок μ^2/E^2 . Такое положение связано с тем, что вклад области $\Delta^2 \sim 4\mu^2$ /область пика при излучении тяжелыми частицами / в сечение излучения легкими частицами ничтожно мал /см.рис. 2 / .

Сравнивая формулы /2.12/ и /2.11/ в предположении $E \gg m$ легко находим

$$\frac{\int_{\omega_0}^{\omega_m} d\sigma_i}{\int_{\omega_0}^{\omega_m} d\sigma_f} \approx 2L \quad /2.14/$$

откуда следует, что вклад излучения начальными частицами превосходит вклад излучения конечными частицами во всей жесткой части спектра.

Проведенный анализ показывает, что жесткие фотоны излучаются в основном протонами и, следовательно, этот процесс может быть использован для получения информации об электромагнитной структуре протона. Это особенно четко видно в области пика, где фотоны с огромным преимуществом излучаются протонами, тем более что интегральный вклад области пика достаточно велик. В связи с этим интересно рассмотреть изучаемый процесс в Л- системе.

§ 3. Сечение излучения при аннигиляции в Л - системе

Также как в работе [1] представим полное сечение процесса в виде:

$$d\sigma = d\sigma_i + d\sigma_f \quad /3.1/$$

Сечения излучения протонами и электронами соответственно равны

$$\frac{d^2\sigma_i}{d(\cos\theta)d\omega} = \frac{\alpha^3 \omega}{3|F|} f(\Delta^2) \bar{Z} \quad /3.2/$$

где

$$\bar{Z} = (2m^2 + \Delta^2) \left[\frac{m^2}{x^2} + \frac{m^2}{x'^2} + \frac{\Delta^2 - 2m^2}{xx'} + 2 \left(\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} \right) \right] + 2 \left(\frac{x}{x'} + \frac{x'}{x} \right) \quad /3.3/$$

и

$$\frac{d^2\sigma_f}{d(\cos\theta)d\omega} = \frac{\alpha^3}{2\pi|F|} \frac{\omega}{\Lambda^4} \left[(2m^2 + \Lambda^2) a_1 + 2xx' \frac{\Lambda^2}{(k\Lambda)^2} (a_1 + a_2 \Lambda^2) \right] \quad /3.4/$$

здесь

$$a_1 = \frac{4\pi}{(k\Lambda)^2} \sqrt{\frac{\Delta^2 - 4\mu^2}{\Delta^2}} \left\{ \Delta^2 (\Lambda^2 + \mu^2) + (k\Lambda)^2 - L_1 \left[\frac{\Lambda^4}{2} + \mu^2 \Lambda^2 - 2\mu^4 - (k\Lambda)(\Lambda^2 + 2\mu^2) + (k\Lambda)^2 \right] \right\} \quad /3.5/$$

$$a_2 = \frac{4\pi}{(k\Lambda)^2} \sqrt{\frac{\Delta^2 - 4\mu^2}{\Delta^2}} (\Delta^2 - 2\mu^2 \cos \vartheta) \quad /3.6/$$

$$x = (p \pm k) = m\omega; \quad x' = -(p \mp k) = -\omega(E - p \cos \vartheta)$$

$$\Lambda^2 = 2m(m+E), \quad \Delta^2 = 2 \left[(E+m)(m-\omega) + \omega p \cos \vartheta \right] \quad /3.7/$$

ϑ - угол между импульсами фотона и падающей частицы.

Область изменения переменных приведена на рис.3. Она ограничена прямыми $\cos \vartheta = \pm 1$ и кривой

$$\omega(\cos \vartheta) = \frac{(E+m)m - 2\mu^2}{E+m - p \cos \vartheta}$$

/3.8/

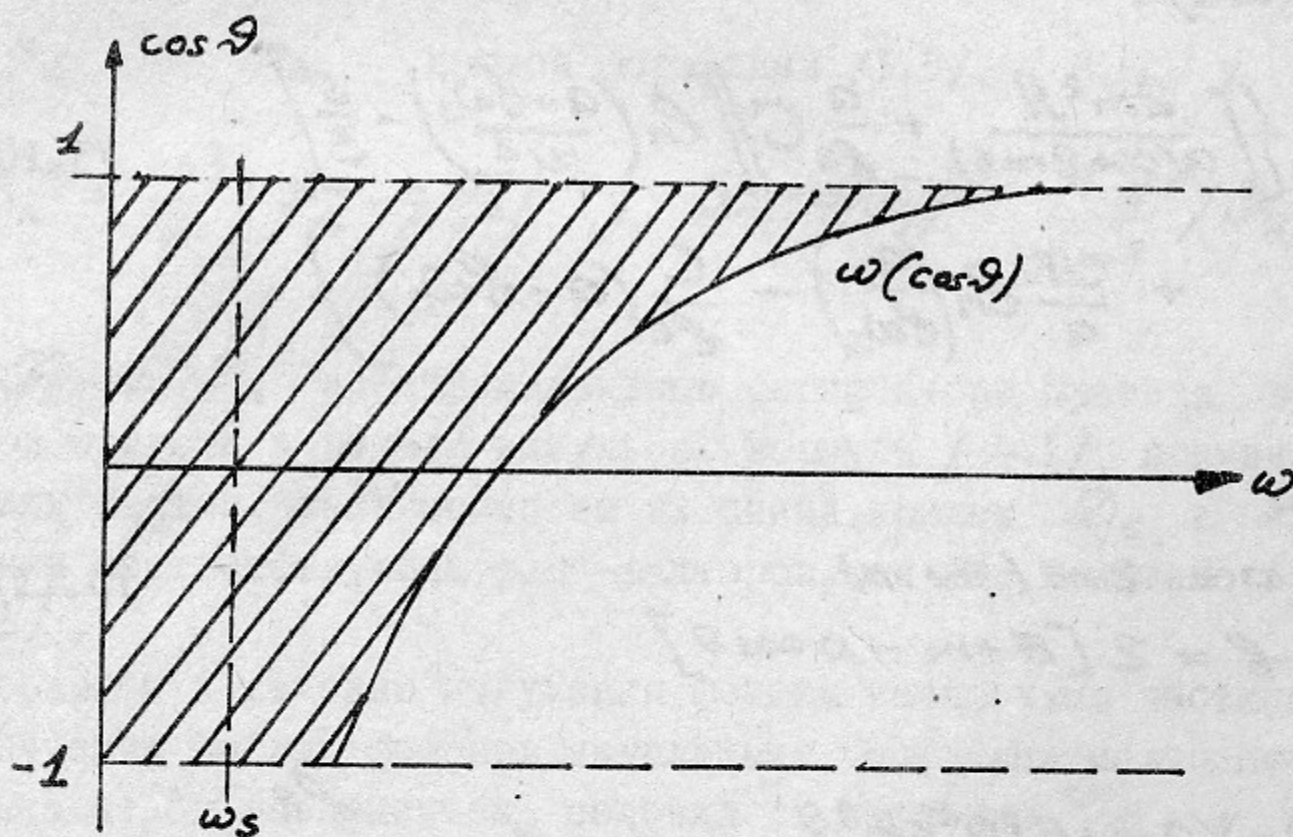


рис.3

причем на кривой $\Delta^2 = 4\mu^2$. Величина $\omega(\cos \vartheta)$ определяет максимальную энергию фотона, который может быть излучен под углом ϑ к направлению импульса падающей частицы. Фотоны с максимальной энергией получаются при $\cos \vartheta = 1$, так что

$$\omega_{\max} = \frac{(E+m)m - 2\mu^2}{(E+m-p)}$$

/3.9/

Фотоны с максимальной энергией летят в направлении движения падающей частицы, а электрон и позитрон пары движутся в противоположном направлении с равными импульсами.

Приведенные сечения /3.2/, /3.4/ обладают теми же качественными особенностями, что и сечения в Ц-системе, с тем однако отличием, что максимальная частота фотона $\omega(\cos\vartheta)$ зависит от угла. Поэтому следует вести рассмотрение для излучения под данным углом. Как и прежде сечение излучения начальными частицами имеет пик вблизи $\omega(\cos\vartheta) / \Delta^2 \sim 4\mu^2 /$, а сечение излучения конечными частицами вблизи $\omega = \omega(\cos\vartheta)$ пренебрежимо мало. Легко видеть, что при $E \gg m$ величина Z в формуле /3.2/ вблизи $\omega = \omega(\cos\vartheta)$ слабо зависит от $\cos\vartheta$, поэтому пик как и прежде описывается формулой /2.7/. Таким образом интерес представляет сечение излучения начальными частицами под данным углом. Мы вычислим это сечение для интервала частот $\omega_s \leq \omega \leq \omega(\cos\vartheta)$:

$$\frac{d\sigma_i}{d(\cos\vartheta)} = \frac{\alpha^3}{3mp} \left\{ \left[\frac{2m^2 A}{a(a+2m^2)} + \frac{a}{8e^2} C \right] \left[\ln\left(\frac{a-b\omega_s}{\mu^2}\right) - \frac{5}{3} \right] + \frac{A}{a} \ln\left(\frac{a}{b\omega_s}\right) - \frac{C}{8e^2} (a-b\omega_s) \right\} \quad /3.10/$$

где

$$\begin{aligned} a &= 2m(E+m) \\ b &= 2[E+m - p\cos\vartheta] \end{aligned} \quad /3.11/$$

$$A = - \frac{2m(2m+E)p^2 \sin^2\vartheta}{(E - p\cos\vartheta)^2} ; \quad C = 4 - \frac{b^2}{2m(E - p\cos\vartheta)} \quad /3.12/$$

В силу указанных выше особенностей наиболее жесткие /под данным углом / фотоны излучаются в основном начальными частицами, сохраняется установленное в Ц-системе соотношение между величиной интеграла по пику и интегралом по широкой области спектра и соотношение между интегралами по частотам от сечений излучения начальными и конечными частицами под данным углом.

Непосредственно из рис.3 видно, что самые жесткие фотоны излучаются вперед /см. также формулы /3.8/, /3.9/ / и в случае $E \gg m$ име-

ем $\omega \approx E$. Заметим, что эти фотоны обладают большей энергией чем фотоны, на которые распадаются π^0 мезоны, возникающие при пионных аннигиляциях пары.

§ 4. Сечение излучения с учетом структуры протона.

Как уже отмечалось, рассматриваемый процесс может быть использован для исследования электромагнитной структуры протона. Поэтому желательно получить формулы для сечения процесса с учетом сильных взаимодействий. Сечение излучения конечными частицами $\alpha\beta\gamma$ может быть вычислено в общем виде и выражено через электромагнитные формфакторы протона

$$\frac{d^2\sigma_f}{d(\cos\theta)d\omega} = \frac{\omega^3}{2\pi |F|} \frac{1}{\Lambda^4} \left\{ \mathcal{D}_1 (2a_1 - \Lambda^2 a_2) + \mathcal{D}_2 \left[a_1 \left(2m^2 - \frac{\Lambda^2}{2} \right) + \frac{\Lambda^2}{2} (a_1 + \Lambda^2 a_2) \frac{(x+x')^2}{(x-x')^2} \right] \right\} / 4.1$$

где a_1 и a_2 даются формулами /3.5/, /3.6/ и

$$\mathcal{D}_1 = \frac{\Lambda^2}{2} |F_1 - g F_2|^2; \quad \mathcal{D}_2 = |F_1|^2 - \frac{\Lambda^2 g^2}{4m^2} |F_2|^2 \quad /4.2/$$

здесь F_1 и F_2 электромагнитные формфакторы протона во времени-подобной области передачи импульса. Формула /4.1/ применима для любых начальных частиц, независимо от их спина, причем \mathcal{D}_1 и \mathcal{D}_2 являются функциями соответствующих форм-факторов, как это показано в работе авторов [2].

Перейдем к сечению излучения фотона начальными частицами. В случае излучения мягких фотонов начальными частицами можно как и в [2] воспользоваться разложением сечения по степеням ω/E и вычислить первые два члена разложения сечения с помощью метода Лоу, так что полное сечение излучения мягких фотонов может быть выражено через электромагнитные форм-факторы протона и их производные по переданному импульсу.

Существенно сложнее дело обстоит с учетом сильных взаимодействий в случае излучения протонами жестких фотонов, в частности в области пика. Действительно, в этой области процесс близок к двухквантовой аннигиляции протон-антипротонной пары, сечение которой, как известно, определяется 6 комплексными инвариантами функциями. Исследование сечения образования фотона и пары в районе пика позволяет изучить поведение этих инвариантных функций вблизи массовой оболочки. Эта информация представляется весьма важной. Более подробно данный вопрос предполагается исследовать в дальнейшем.

Авторы весьма благодарны В. М. Голушскому

Л и т е р а т у р а .

1. В.М. Баер, В.А.Хозе. *ЖЭТФ*, 48, вып.3, 1965.
2. В.М.Баер, В.А.Хозе, *ЖЭТФ*, 48, вып.6. 1965.
3. A.Zichichi Доклад на Международной конференции по физике высоких энергий. Дубна, 1964.
4. R.H.Dalitz. *Proc. Phys. Soc.* A64, 667, 1951.

Ответственный за выпуск В.С. Фадин.

Подписано к печати *МНО7069 3.4.65.*

Тираж 200

Отпечатано на ротапинтере ИЯФ СО АН СССР.

Ответственный за выпуск В.С. Фадин.

Подписано к печати *МНО7069 3.4.65.*

Тираж 200

Отпечатано на ротапинтере ИЯФ СО АН СССР.